

13:15

13:20

構造化学 第3回 1-1

物質の波動性

前回、光の粒子性と波動性について学んだ。粒子性と波動性、どちらも確認できる実験 (ホイラーの選択遅延実験) を紹介した。特に粒子性は観測すると得られる、という不思議な結果が得られた。

今日は、同じ結果を電子(実体としての物質)を使っても得られることを学ぶ。
入る。

3-1 ド・ブロイの関係式

3-2: 電子線回折

3-3: 電子のニ重スリットの実験

3-4: C_{60} のニ重スリットの実験

3-5: ホイラーの遅延選択実験、再び。

13:15

13:20

3-1 ド・ブローイの関係式

ド・ブローイは、その博士論文で物質の波動性を提唱した(1924)
 アインシュタインの光子仮説(1905) コンプトン散乱(1923)に強く影響を
 与えている。

原理とすべき式は ① $E = h\nu$: アインシュタインの光子仮説

② $E^2 = m_0^2 c^4 + p^2 c^2$: アインシュタインの特殊相対論

①と②から、光の場合を考える。②より $m_0 = 0$ より $E = pc$ 。これを

$$E = h\nu \text{ と等値して } h\nu = pc \Leftrightarrow p = \frac{h\nu}{c} \quad \nu = \frac{v}{\lambda} \text{ より } \lambda = \frac{h}{p}$$

$\lambda = \frac{h}{p}$ は、運動量と波長をむすびつける。つまり、光の粒子性と

波動性を表す式である。(アインシュタイン)

ド・ブローイは さらにこの式が物質についても成立するとした。(1925)

物質の運動量は $p = m\nu$ のため、光の場合の式に代換し、

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{m\nu}$$

これは、光と物質、両方の波動性と粒子性を表す式である。

1929、ド・ブローイは物質波の発見によりノーベル賞受賞

13:30

13:35

ボアモデル (1913) への応用.

水素原子のボアモデルでは、量子化条件として以下のものをあげた.

ボアの量子化条件.

①. 角運動量 mvr が $\frac{h}{2\pi}$ の整数倍のみとなる

②. ①の場合を定常状態と呼び、安定している.

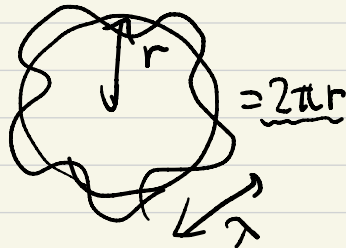
ドブロイの物質波の考え方 (1925) を、水素原子へ応用してみる.

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{mv} \quad \text{だから} \quad mv = \frac{h}{\lambda}$$

$$mvr = \frac{nh}{2\pi} \quad \text{に} \quad mv = \frac{h}{\lambda} \quad \text{を代入して}$$

$$\frac{h}{\lambda} r = \frac{nh}{2\pi} \Leftrightarrow 2\pi r = n\lambda$$

つまり、ボアモデルでは ^{この場合のざつ} $\{ad hoc\}$ に導入された条件が、
定常波として円軌道に存在する波長 λ の物質波として



正当化された。

落とし穴

ド・ブロイ 波の導出は、どうなんぞか?

古典力学では 運動エネルギーを $E = \frac{p^2}{2m}$ と書く。

これと光子仮説 $E = h\nu = h\frac{v}{\lambda}$ を等値してみよう。すると...

$$\frac{p^2}{2m} = h\frac{v}{\lambda} \Leftrightarrow \frac{p^2}{2} = \frac{hmv}{\lambda} \Leftrightarrow \frac{h^2 v^2}{2} = \frac{hR}{\lambda} \Leftrightarrow \frac{p}{2} = \frac{h}{\lambda} (?)$$

とな、この不要な“2”が出てしまう。なぜだろう?

• $\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{mv}$ で出てくる v と

• $v = \frac{v}{\lambda}$ で出てくる v は 違う と考えこむと解消される。
つまり、

$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{mv}$ で出てくる v は群速度: 物体の速度に対応する

→ $v = \frac{v}{\lambda}$ で出てくる v は、物質波の位相速度と考えるといふ。

(先の場合は、真空中だと、分散がないので 群速度と位相速度が等しい。ガウスに光を入射すると、位相速度が波長によっても異なるため、屈折率)

<http://irobutsu.a.la9.jp/movingtext/Vgvp/>

波の群速度、位相速度について

https://home.hiroshima-u.ac.jp/kyam/pages/物体の速度と物質波の速度.results/monograph/Ref03_deBroglie.pdf

について

3-2 : 電子線回折

ド・ブロイの仮説を石電がめぐるため、デヴィンソンとジョー・ジョー・トムソン
は1927年 金属薄膜に電子ビームを透過させ干渉パターンが出ることを
示した。(…この話はめんどいので本質のみと出しんづらうの回折
実験として紹介する)

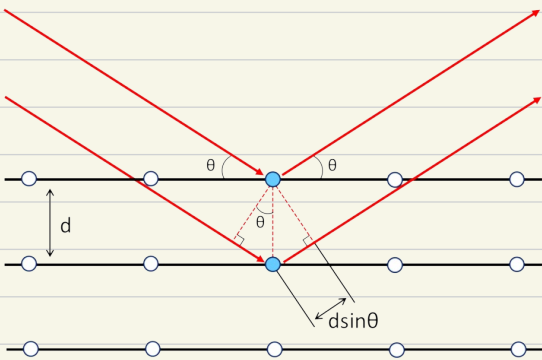
ブラッグの反射則は、結晶に X線をあてると、反射する。

このとき、結晶の格子間隔を d 、入射 X線と、結晶の格子面
のなす角を θ とし

$2d \sin \theta = n\lambda$ のとき X線が
強く反射される。

同じ現象は、電子線についても
おこる、ことが示された

波動性の確証ができる。

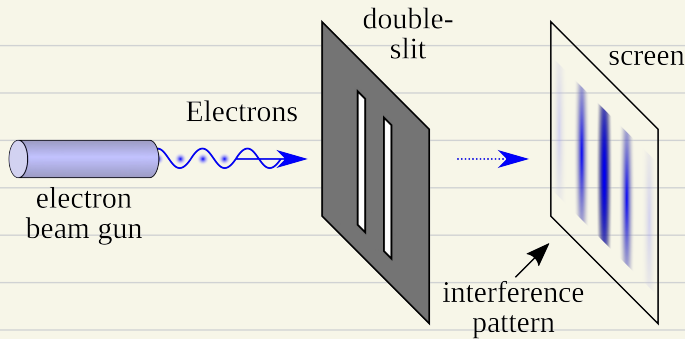


$\lambda = 1 \text{ \AA}$ 電子! 150eV で加速すればよい

余談、この1927年電子線を発見したジョセフ・ジョー・トムソンの息子である
トムソン 父子は 父が 電子 という粒子を発見し、息子が
その波動性を確証し、両方がノーベル賞を受賞した。

3-3. 電子の 2重スリット実験

1805年 ヤングは光の波動性を示すために 2重スリット実験を行った。この実験を電子を使って行ったらどうなるだろうか？
古典力学をからは考えられない結果が得られる。



上の図のように、

- 電子銃を設置し、2重スリットを通し、スクリーンにうつす。
- スクリーンには干渉パターンが出る。

これについて考えてみよう。

13: 50

13: 55

外村先生の講義 Wikipediaより

電子は どのように干渉しているか？

● 素朴に考えると、電子は スリットのどちらか
を通るはず、従って電子を 1つずつ飛ばすと、

スリットの どちらか を通る だけで、2本のすじ
がスクリーンにうつるはず...

● ということは、電子は 他の電子と干渉して
縞がでるのだろうか？

● 実験は これを否定。1つずつ飛ばして
も干渉あり。右図

● 電子は 自分自身と波とに干渉している
ということは...

● 電子は 両方のスリットを同時に通っている？
どちらのスリットを通ったか 調べよう！

スリットに、電子が通った 検出できる
ようにすると...

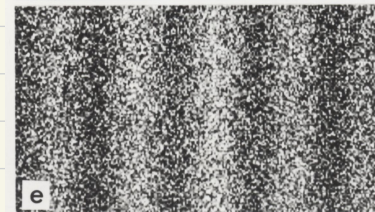
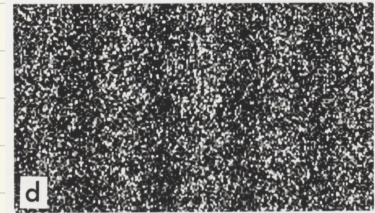
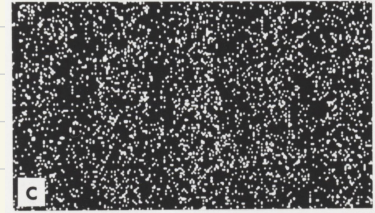
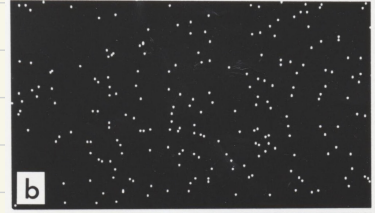
干渉縞が消えてしまう

測定していないとき... 波動性をもつ

測定しているとき... 粒子性をもつ

どういふこと??

(こっぴ ビデオを見る)



3-4. C_{60} の二重スリットの実験

我々は古典の世界に生きている。物質の波動性には好まば普通思わない。実際 100g の物質を 1m/s で動かしたときのドブロイ波長を求めよう。

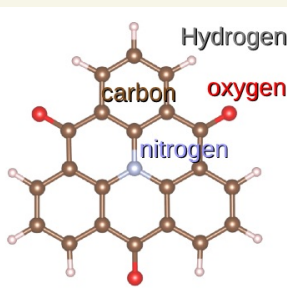
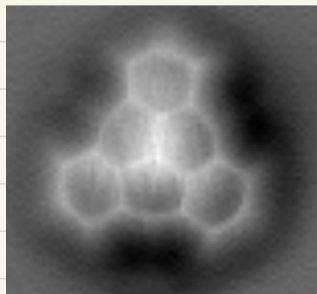
$$\lambda = \frac{6.63 \times 10^{-34}}{0.1 \times 1} = 6.63 \times 10^{-35} \text{ (m)} \quad \dots \text{無視できる} \dots$$

電子はとて軽く、ドブロイ波の波長も長い。だから量子論も重要になる。

意味 微視的なものは波動性をもつが、巨視的なものは波動性をもたない。その境目はどこか？ 実は微視と巨視スケールとの間に何かあるのかもしれない。

実験してみよう！

近年は分子を直接見る事が可能になってきていて、以下の様な図も



得られている。

では、 C_{60} は、二重スリットを通すと、波動性を示すだろうか？

C_{60} でも波動性を示す、という結果が得られた！

Wave-particle duality of C_{60} molecules

Markus Arndt, Olaf Nairz, Julian Vos-Andreae, Claudia Keller,
Gerbrand van der Zouw & Anton Zeilinger

Institut für Experimentalphysik, Universität Wien, Boltzmanngasse 5,
A-1090 Wien, Austria

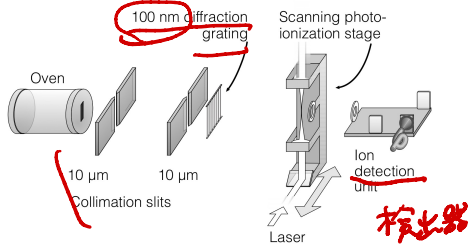


Figure 1 Diagram of the experimental set-up (not to scale). Hot, neutral C_{60} molecules leave the oven through a nozzle of $0.33 \text{ mm} \times 1.3 \text{ mm} \times 0.25 \text{ mm}$ (width $\times$ height $\times$ depth), pass through two collimating slits of $0.01 \text{ mm} \times 5 \text{ mm}$ (width $\times$ height) separated by 1.04 m , traverse a SiN₂ grating (period 100 nm) 0.1 m after the second slit, and are detected via thermal ionization by a laser 1.25 m behind the grating. The ions are then accelerated and directed towards a conversion electrode. The ejected electrons are subsequently counted by a Channeltron electron multiplier. The laser focus can be reproducibly scanned transversely to the beam with $1\text{-}\mu\text{m}$ resolution.

$C_{60}^+ - L$

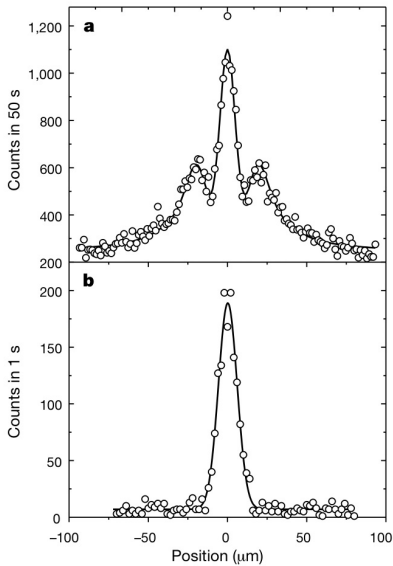


Figure 2 Interference pattern produced by C_{60} molecules. **a**, Experimental recording (open circles) and fit using Fraunhofer diffraction theory (continuous line). The expected zeroth and first-order maxima can be clearly seen. Details of the theory are discussed in the text. **b**, The molecular beam profile without the grating in the path of the molecules.

実線: 理論値

○: 実験値

$C_{60}^+ - L$ から $v = 220 \text{ m/s}$
ド・ブロー波 2.5 pm に相当

C_{60} の大きさ. 外径 1 nm 程度
 $1 \text{ nm} = 1000 \text{ pm}$ 2.5 pm の波
 $\approx 0.25\%$ 程度

170 cm の入射光 4.3 mm 程度.

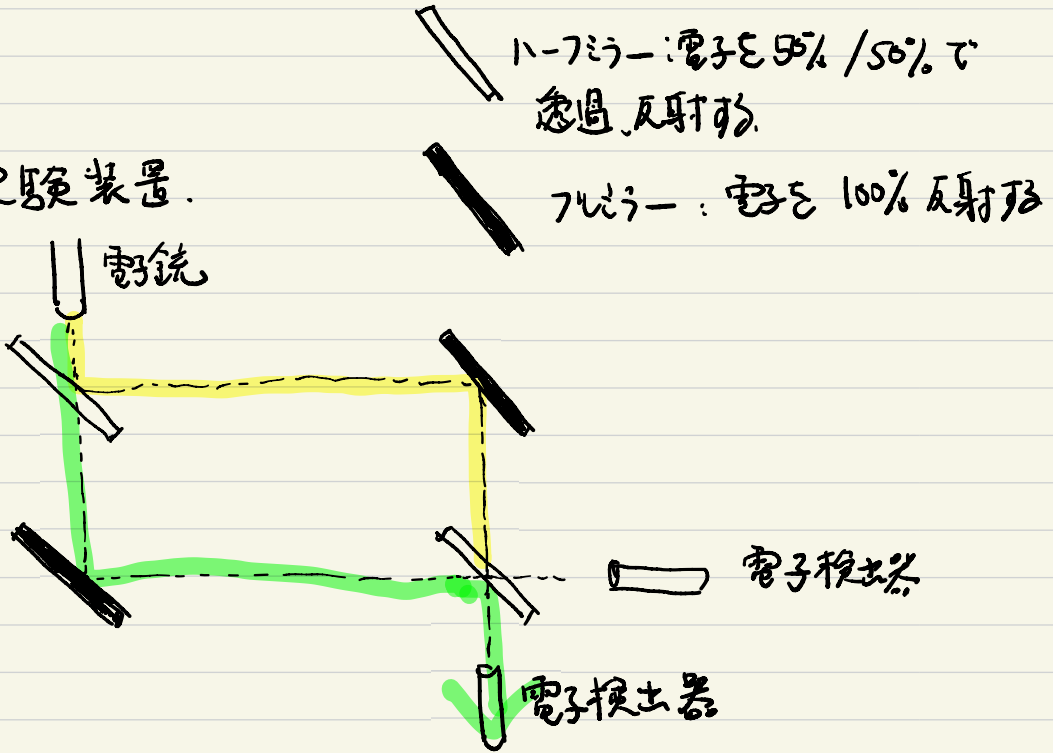
14:05

14:10

3-5. ホーラーの遅延選択実験 再び.

前回のホーラーの遅延選択実験では、光子を打ったが今度は電子を打ってみよう.

実験装置.



実験を3つ行う.

① 物質波の確認

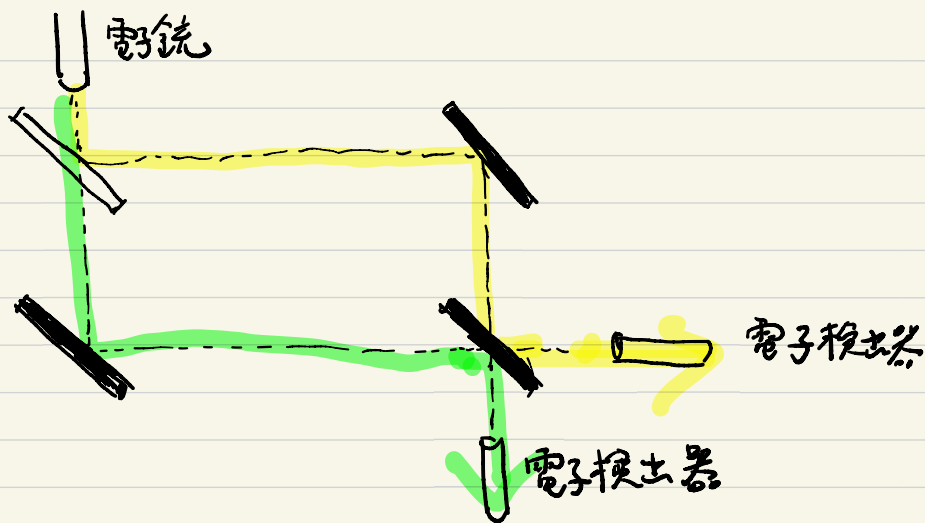
上の図のような装置を組み立て、電子を1つずつ電子銃から打つ出す。黄色と緑色の経路は、半波長ずらし、

必ず下の検出器のみで電子を検出するようにする。

実験装置.

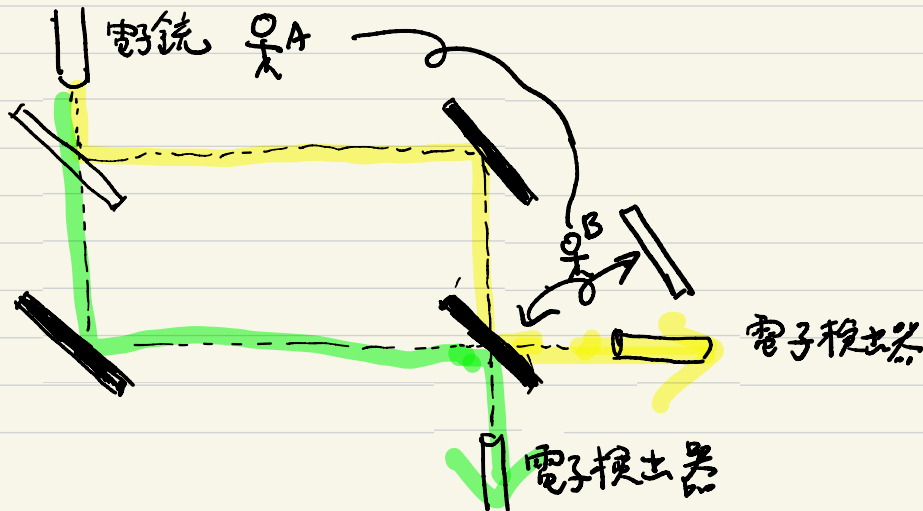
14:10

14:15



② ①の実験で、最後のミラーをフルミラーに変更する。
この場合、上下の電子検出器で 50% / 50% で検出される。

③. ②の実験で最後のミラーを電子銃が打たれた瞬間に
実験者Aは、Bにそのことを知らせたえる。そして電子が最後のミラーに
到着する前にバーミラーに入れかえる。



③の結果: やはり下の電子検出器のみが電子を検出する。

このとき、電子はどの経路を通るのだろうか?

素朴に考えると...

① 電子は粒子なので、上の経路か下の経路、どちらかを通る。

従って干渉がおきるのも不思議だが、①はとりあえず認めよう。つまり波動性より、干渉をおし、下の電子検出器のみで検出できるといえる。このように、2つの経路が干渉できるときは、波動性を選ぶのだろう。

② ④は、どちらの経路をとるかは、一つ目のハーフミラーを通ったことで

決定する。この実験は特に不思議な所はないが、粒子性を選択することには注意する。
ハーフミラーの場所。

③ ③は どう考えればよいかわからない。②で粒子性を選択している

はずなので、干渉は起きないはず... 物質波は光と同じだが、電子には最後のミラーが変更されたかは、打たれた後、波が自身が粒子性か波動性を決めた後には、変更しようがない! これは、粒子の波動性と粒子性は

いつ決定されるのだろうか? 鍵は“ミラーも入れがえる”という行為が、電子の経路も測定する/しないを決定する、という事実である。

系は波動性を持つが、系から情報を出すと=測定する、というところを行った瞬間、粒子性を持つようになる。従って測定者の存在が本質となる。